

## Esercizi di Economia Pubblica (a.a. 2022/2023)

### CFU 1: Ruolo economico del settore pubblico ed economia del benessere

#### 1.1

Antonio (A) e Bice (B) consumano due beni,  $y$  e  $x$ . I due beni sono perfettamente divisibili (le unità di consumo possono essere scelte piccole a piacere). Antonio ha una dotazione iniziale di 60  $y$  e 10  $x$ , mentre Bice ha una dotazione iniziale di 20  $y$  e 30  $x$ . I due non dispongono di altri beni ed effettuano scambi solo tra loro. Per Antonio  $y$  e  $x$  sono perfetti sostituti e la sua funzione di utilità è, pertanto,  $U_A(y_A, x_A) = y_A + x_A$ . Bice ha preferenze Cobb-Douglas del tipo  $U_B(y_B, x_B) = y_B \cdot x_B$ .

- Rappresentare l'insieme delle allocazioni possibili per mezzo della scatola di Edgeworth ed individuare l'allocazione iniziale dei due beni.
- Calcolare il livello di utilità di Antonio ed il livello di utilità di Bice in corrispondenza dell'allocazione iniziale di  $y$  e  $x$ . Sono possibili miglioramenti paretiani muovendo da tale situazione?
- Calcolare i saggi marginali di sostituzione di Antonio e Bice in corrispondenza delle allocazioni Pareto-efficienti caratterizzate da quantità di  $y$  e di  $x$  positive per entrambi i consumatori e disegnare la curva dei contratti.

Ipotizziamo ora che  $y$  e  $x$  siano prodotti e venduti in mercati perfettamente concorrenziali. Il prezzo unitario di vendita di  $y$  è di € 10, quello di  $x$  è € 5. Il reddito di Bice è € 1500 e la sua funzione di utilità è  $U_B(y_B, x_B) = y_B \cdot x_B$ . Carlo invece dispone di un reddito di € 1000 e le sue preferenze sono rappresentabili dalla seguente funzione di utilità  $U_C(y_C, x_C) = y_C^2 \cdot x_C$ .

- Si calcolino i livelli di consumo di Bice e Carlo e si verifichi il rispetto delle condizioni di efficienza nello scambio?
- Quanto consumerà Antonio? Cosa possiamo dire delle condizioni di efficienza?

#### 1.2

L'allocazione iniziale delle risorse fra Anna (A) e Bruno (B) è la seguente: Anna dispone di 5 kg di caffè e di 10 kg di zucchero, mentre Bruno ha 10 kg di caffè e 5 di zucchero. Le preferenze di Anna sono tali per cui è sempre disposta a scambiare un'unità (kg, grammo o frazione di grammo) di caffè con due unità di zucchero. Bruno, invece, desidera consumare caffè e zucchero solo in quantità esattamente uguali, cioè non è disposto ad alcuna sostituzione fra i due beni. Descrivete, all'interno di una scatola di Edgeworth, tutte le allocazioni delle risorse che costituiscono un miglioramento paretiano.

#### 1.3

Aldo e Bianca rappresentano una piccola economia di puro scambio nella quale si consumano due beni, vino e tè. Aldo dispone di una dotazione iniziale di 3 litri di tè e 2 di vino, mentre Bianca ha una dotazione iniziale di 1 litro di tè e 6 di vino. Aldo e Bianca hanno preferenze identiche rappresentate dalla funzione di utilità  $U_i(T_i, V_i) = T_i \cdot V_i$  con  $i = A, B$ .

- Rappresentare l'insieme delle allocazioni possibili per mezzo della scatola di Edgeworth ed individuare l'allocazione iniziale dei due beni.
- Disegnare almeno tre punti della curva d'indifferenza di Aldo corrispondente ad un livello di utilità di 4 e tre della curva d'indifferenza di Bianca corrispondente ad un livello di utilità di 6.
- Scrivere l'equazione che stabilisce la condizione di efficienza paretiana nello scambio e rappresentare il luogo geometrico delle allocazioni Pareto-efficienti.
- Si determini il rapporto fra i prezzi dei due beni che si determinerebbe all'interno di un mercato perfettamente concorrenziale.

#### 1.4

Il mercato del bene q è perfettamente concorrenziale. L'offerta aggregata del bene q è rappresentabile dalla seguente equazione  $p=(1/2)q$ , mentre la domanda aggregata è data da  $p=10-(1/4)q$ .

Si mostri che l'equilibrio di mercato conduce alla massimizzazione del benessere sociale dato dalla somma dei benefici netti dei consumatori e delle imprese operanti nel mercato.

### CFU 2: Efficienza ed equità.

#### 2.1

Una società è composta da due gruppi di individui: Alti (A) e Bassi (B). Il benessere che i due gruppi di individui possono raggiungere (le possibili combinazioni di utilità) è vincolato dalle risorse e dalla tecnologia di cui dispone la società. Il limite superiore di tale vincolo è rappresentato dalla frontiera delle possibili utilità  $U_A = - (1/2) (U_B)^2 + 3$ .

- Si verifichi quale fra le seguenti combinazioni di utilità è compatibile con la frontiera delle possibili utilità:  $(U_A = 3, U_B = 1)$ ,  $(U_A = 2, U_B = 1)$ ,  $(U_A = 1, U_B = 2)$ . Quale fra essi è un ottimo paretiano?
- Calcolare l'ottimo paretiano compatibile con il massimo benessere sociale nelle diverse ipotesi che la funzione del benessere sia  $W = 2U_A + 3U_B$ ,  $W' = \min(U_A, U_B)$ ,  $W'' = (U_A)^{(1/3)} (U_B)^{(2/3)}$ .

#### 2.2

Una collettività è composta da tre individui, Alberto, Benedetta e Carlo. Essi devono mettersi d'accordo oggi per scegliere una funzione del benessere sociale in base alla quale decidere se e come redistribuire fra loro una somma complessiva di \$900 la cui ripartizione iniziale, che si saprà domani, può corrispondere ad una delle tre allocazioni alternative descritte nella seguente tabella.

	<b>Alberto</b>	<b>Benedetta</b>	<b>Carlo</b>
<b>I allocazione</b>	\$200	\$100	\$600
<b>II allocazione</b>	\$600	\$200	\$100
<b>III allocazione</b>	\$100	\$600	\$200

Quale funzione del benessere sociale potrebbe rappresentare le preferenze di questa collettività?

#### 2.3

La valutazione monetaria dell'utilità dell'individuo i derivante dal consumo del bene q è  $U_i(q) = 50q - (1/2)q^2$ . Si calcoli

- la funzione di domanda del bene q per l'individuo i;
- la quantità consumata se il bene è offerto gratuitamente;
- la quantità consumata in corrispondenza di un prezzo di mercato pari a 10;
- il surplus del consumatore in corrispondenza delle scelte sub 2 e sub 3.

### **CFU 3: Beni pubblici e scelte pubbliche.**

#### **3.1**

Due individui (A e B) devono decidere simultaneamente se cooperare per finanziare la produzione di un bene pubblico che darebbe luogo ad un beneficio lordo quantificabile in 10 euro per ciascuno di essi. Nel caso uno solo o entrambi gli individui decidessero di cooperare, il bene pubblico verrà costruito con un costo complessivo di 12 di euro. Tale costo sarà a totale carico del solo individuo che ha deciso di cooperare, o può essere diviso in parti uguali fra i due individui nel caso la decisione di cooperare sia stata presa da entrambi. Se nessuno di essi coopera, invece, il bene non potrà essere costruito e il beneficio netto sarà nullo per entrambi.

- Si rappresenti la matrice dei benefici netti in grado di raffigurare tale interazione strategica.
- Quante e quali sono le soluzioni del gioco (gli equilibri di Nash)? Come si determinano?
- Esiste la possibilità di miglioramenti paretiani? Perché?

#### **3.2**

Gli abitanti di Paperopoli sono 5000. Essi sono interessati esclusivamente ai loro consumi privati e ad un unico bene pubblico. Per ciascuna unità aggiuntiva di bene pubblico che si vuole costruire è richiesto un costo di \$10.000. La distribuzione dei redditi dei Paperopolesi varia fra \$100 (cioè, il reddito di Paperino che è l'abitante più povero) e \$100.000 miliardi di fantastiliardi del più ricco (Zio Paperone). Le preferenze di ciascun abitante sono esprimibili attraverso la funzione di utilità

$$U_i(X_i, G) = X_i + 10G - G^2$$

dove G rappresenta il livello di bene pubblico ed

$X_i$  il livello di reddito di cui dispone e che può spendere in beni privati.

Il sindaco di Paperopoli conosce le preferenze dei suoi concittadini ma non è in grado di osservare i diversi livelli di reddito  $X_i$  ( $i=1, \dots, 5000$ ).

- Determinare il livello di G Pareto-efficiente e la ripartizione ottimale del costo per la fornitura del bene pubblico fra i diversi abitanti.
- E' implementabile tale politica dal sindaco di Paperopoli?

#### **3.3**

Siano  $P_A = 30 - 4G$  e  $P_B = 10 - G$  le funzioni di domanda del bene pubblico G da parte degli individui A e B. Il costo per la produzione di G è  $C(G) = 100 + 2G^2$ . Si determini

- la funzione di domanda aggregata;
- il livello  $G^*$  in corrispondenza del quale la domanda aggregata di bene pubblico uguaglia l'offerta;
- la ripartizione ottimale fra i due individui del contributo necessario a finanziare  $G^*$ ;
- verificare che tale ripartizione dei contributi rispetti le condizioni di efficienza paretiana fra G ed un qualsiasi altro bene privato X che i due individui possono acquistare in un mercato perfettamente concorrenziale.

### **CFU 4: Informazione asimmetrica**

#### **4.1**

Si consideri un mercato delle auto usate caratterizzato dalla presenza di

- auto di buona qualità per le quali la massima disponibilità a pagare da parte degli acquirenti è € 10000;
- auto scadenti per le quali la massima disponibilità a pagare da parte degli acquirenti è € 5000.

Un potenziale acquirente non è in grado di verificare *ex ante* la qualità dell'auto che sta acquistando ma sa che con probabilità 0,4 l'auto sarà scadente e con probabilità 0,6 l'auto sarà di qualità buona.

Qual è il valore soglia del prezzo minimo di vendita delle auto di buona qualità al di sotto del quale si verifica il fenomeno della selezione avversa?

#### 4.2

Un sistema economico è caratterizzato dalla funzione di produzione  $Y = m_a L_a + m_b L_b$ , dove  $L_a$  ed  $L_b$  sono, rispettivamente, il numero di lavoratori ad alta (a) e bassa (b) produttività, con  $m_a = 2$  e  $m_b = 1$  che rappresentano i rispettivi prodotti marginali del lavoro. In assenza di qualsiasi tipo di fallimento di mercato ciascun lavoratore sarebbe retribuito con un salario unitario pari al proprio prodotto marginale  $m_a$ , a causa delle asimmetrie informative, le imprese sono in grado di offrire un unico salario medio ( $w$ ) basato sulle probabilità  $p_a = 0.25$  di assumere un lavoratore di tipo a e  $p_b = 0.75$  di assumere un lavoratore di tipo b. I lavoratori possono acquistare un livello di istruzione  $s$  sopportando costo  $C_a = s$  nel caso di lavoratori di tipo a e  $C_b = 2s$  nel caso di lavoratori di tipo b.

1. determinare per quale valore di  $w$  si verifica la selezione avversa
2. determinare quali sono i benefici (lordi) derivanti dall'acquisto di  $s$  e per quali valori di  $s$  l'acquisto di istruzione permette ai lavoratori ad alta produttività di segnalarsi.

### CFU 5: Produzione pubblica e burocrazia.

#### 5.1

Il Comune di Pescara affida ad un'unica impresa privata la gestione di tutta la sua spiaggia. I costi di gestione giornaliera sono rappresentabili dalla funzione di costo  $C(q) = 4q$  con  $q$  che è il numero dei bagnanti che frequenta la spiaggia. La disponibilità dei bagnanti a pagare per accedere in spiaggia è rappresentabile dalla funzione di domanda inversa (in euro)  $p = 20 - (1/100)q$ .

- a) Determinare la funzione di profitto dell'impresa.
- b) Determinare il prezzo d'ingresso in spiaggia che verrà scelto dall'impresa e il corrispondente numero di ingressi giornalieri. A quanto ammonta la perdita secca di benessere corrispondente a questa soluzione.
- c) Come giustifichereste economicamente una mozione in Consiglio comunale che chieda di concedere un sussidio di 200 all'impresa affinché questa riduca il prezzo di 1 euro?

#### 5.2

Il mercato del bene  $q$  è caratterizzato da una funzione di domanda  $q = 50 - p$ . Un'impresa che decida di produrre il bene  $q$  dovrà sopportare un costo fisso pari a 100 euro mentre i costi variabili sono pari ad 1 euro per ogni unità prodotta.

- a) Determinare se il mercato del bene  $q$  è caratterizzato da condizioni di monopolio naturale.
- b) Determinare il livello produttivo che garantisce la massimizzazione dei profitti del monopolista e quello che garantisce la massimizzazione del benessere sociale calcolato come somma dei profitti e del surplus dei consumatori.
- c) Determinare il livello produttivo corrispondente alla politica dei prezzi di *second best* e calcolare la perdita di benessere dovuta alla variazione dei prezzi in grado di spostare l'equilibrio dal *first best* al *second best*.
- d) A quanto ammontano i profitti dell'impresa in corrispondenza dell'equilibrio di *first best* ed in quello di *second best*? (provare a rispondere senza effettuare i calcoli)

## CFU 6: Esternalità.

### 6.1

Il campo di un floricoltore si trova vicino agli alveari di un apicoltore. L'apicoltore produce miele ( $q$ ) che vende in un mercato perfettamente concorrenziale ad un prezzo pari a 3 euro. Il costo di produzione dipende dalla quantità di miele prodotta:  $C=q^2+2q$ . Il floricoltore riceve un beneficio dalla produzione di miele perché le api contribuiscono ad impollinare i suoi fiori consentendogli un risparmio sui suoi costi di produzione pari esattamente ad un euro per ogni unità di  $q$ . Dopo aver rappresentato la situazione attraverso un'illustrazione grafica,

- determinare il livello di  $q$  che massimizza il beneficio privato.
- determinare il livello di  $q$  che garantisce la massimizzazione del beneficio sociale. La fusione fra le due imprese risulterebbe socialmente utile?
- determinare l'aliquota della "tassa" pigouviana.

### 6.2

Il mercato del bene  $q$  è un monopolio caratterizzato da una funzione di domanda  $q=50-p$  e da costi di produzione  $C(q)=2q$ .

- Determinare il livello produttivo ed il livello dei prezzi che garantiscono la massimizzazione dei profitti del monopolista.
- Determinare il livello di  $q$  ed il livello di  $p$  che garantiscono la massimizzazione del benessere sociale.
- Determinare nuovamente i livelli di  $q$  e  $p$  che garantiscono la massimizzazione del benessere sociale sotto l'ipotesi che la produzione provochi inquinamento, generando un'esternalità negativa pari a  $D(q)=q^2$ .
- Si calcolino l'ammontare del profitto, del surplus dei consumatori e del benessere sociale in corrispondenza dei prezzi e delle quantità calcolate nei punti *a*), *b*) e *c*).
- Si calcoli l'ammontare della tassa o del sussidio necessario al raggiungimento della situazione che massimizza il benessere sociale al punto *c*).

### 6.3

I benefici economici ottenibili da un'impresa scaricando sostanze inquinanti in un fiume è quantificabile attraverso la funzione  $B(x)=100x-(1/4)x^2$ . Il valore del danno che lo scarico delle sostanze inquinanti provoca ad un villaggio posto a valle del fiume è  $D(x)=20x$ .

- Considerando una situazione iniziale nella quale l'impresa sceglie il livello di  $x$  che le consente di massimizzare i suoi benefici economici, si determinino l'ammontare massimo che il villaggio sarebbe disposto a pagare per indurre l'impresa a ridurre l'inquinamento di due unità e la somma minima che l'impresa sarebbe disposta ad accettare.
- Si determini il livello di  $x$  oltre il quale verrebbe meno la convenienza reciproca a contrattare per una riduzione dell'inquinamento.

### 6.4

L'impresa siderurgica  $S$  produce acciaio  $s$  che vende al prezzo  $p_s$  in un mercato perfettamente concorrenziale e versa inquinamento  $x$  in un fiume utilizzato anche dall'impresa ittica  $F$  che produce  $f$  e lo vende al prezzo  $p_f$  in un mercato perfettamente concorrenziale. I costi di produzione delle due imprese sono, rispettivamente,  $c_s(s,x)$  e  $c_f(f,x)$  con  $dc_s/ds>0$ ,  $dc_f/df>0$ ,  $dc_s/dx\leq 0$  e  $dc_f/dx>0$ .

- Determinare le condizioni di massimizzazione dei profitti delle due imprese rispetto alle variabili  $s$ ,  $f$  e  $x$
- Si rappresenti graficamente le condizioni di ottimo privato e di ottimo sociale rispetto alla variabile  $x$

3. Determinare le condizioni di massimizzazione del profitto rispetto alle variabili  $s$ ,  $f$  e  $x$  nel caso in cui le due imprese si fondano in un'unica impresa
  4. Determinare le condizioni di massimizzazione del profitto dell'impresa  $S$  nel caso in cui si introduca un'imposta sulle emissioni inquinanti di aliquota  $t$ . Come deve essere fissata l'aliquota  $t$  per indurre il livello di  $x$  socialmente ottimale?
  5. Determinare le condizioni di massimizzazione dei profitti delle due imprese rispetto alle variabili  $s$ ,  $f$  e  $x$  nel caso in cui l'impresa ittica abbia diritto ad avere l'acqua pulita e possa vendere tale diritto all'impresa siderurgica ad un prezzo pari a  $q$ .
  6. Determinare le condizioni di massimizzazione dei profitti delle due imprese rispetto alle variabili  $s$ ,  $f$  e  $x$  nel caso in cui l'impresa siderurgica abbia diritto ad inquinare l'acqua e possa vendere tale diritto all'impresa ittica ad un prezzo pari a  $q$ .
- (tratto da Varian, paragrafi 31.3, 31.4 e 31.5)

### Alcune soluzioni

#### 1.1:

b)  $U_A(y=60, w=10) = 60 + 10=70$ ;  $U_B(y=20, w=30) = 20 \cdot 30=600$ ;  
 si perchè  $SMS_A = -1 \neq SMS_B = -3/2$

c)  $y_B = w_B$

d)  $y_B=75$   $w_B=150$   $y_C=66,66$   $w_C=66,66$  e  $SMS_B = SMS_C = -2$

e) Antonio consumerà solo wafer e in corrispondenza della sua scelta ottima  $SMS_A = -1 \neq -p_y/p_w = -2$

#### 1.3:

c)  $V_K = 2T_K$

d)  $p_V/p_T = 1/2$

#### 3.2:

a)  $G^*=4$ ;  $p_i(G)=2$

#### 4.1:

8000

#### 4.2:

1.  $w=5/4$
2. benefici (lordi) derivanti dall'acquisto di  $s=1$ ;  $1/2 < s < 1$

#### 5.1

a)  $\pi = 16q - (1/100)q^2$

b)  $q=800$ ,  $p=12$ ,  $PS=3200$

#### 5.2

- b)  $q=24,5$      $q=49$
- c)  $q=46,86$     perdita di benessere=2,29

### 6.1

- a)  $q=1/2$
- b)  $q=1$
- c)  $s=1$

### 6.2

- a)  $q=24$      $p=26$
- b)  $q=48$      $p=2$
- c)  $q=16$      $p=34$
- e)  $t=16$

### 6.3

1. ammontare massimo che il villaggio sarebbe disposto a pagare=40  
somma minima che l'impresa sarebbe disposta ad accettare=1
2.  $x=160$